

算数・数学確認資料

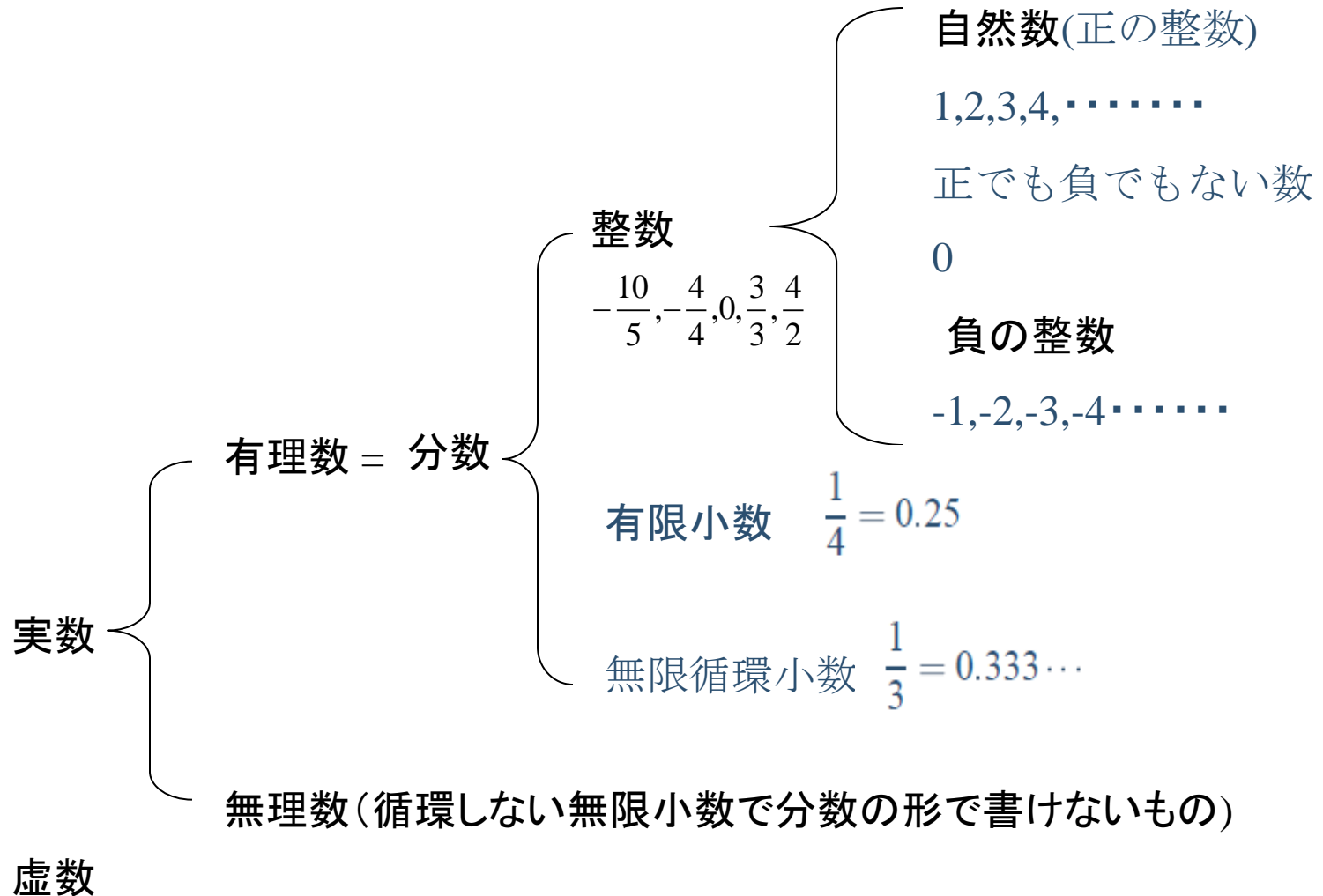
2012年3月

株式会社ブレインネット

- この資料は、弊社養成課程選抜試験対策講座を受講する方向けの小学校・中学校の算数・数学の学習内容を確認するための資料です。

数の分類

数は、物の個数や量を表したり、計算に都合の良い記号と組み合わせる。



式の書き方

| | | |
|----|-------------|---------------------|
| 加算 | aにbを加える | $a+b$ |
| 減算 | aからbを引く | $a-b$ |
| 乗算 | aとbをかける (積) | ab (×を省略) |
| | 数字と文字の積 | $5a$ |
| 除算 | aをbで割る | a/b $\frac{a}{b}$ |

その他 文字の乗算はアルファベット順に整理する
未知数は、アルファベットの後ろの方 (x, y, z) を使う
既知数は、アルファベットの前の方 (a, b, c) を使う
添え字は文字の右下に小さく書く (A_1, B_2, C_3)
数字どうしの乗算は×を略さない (21×34)

分数

$$\frac{3}{4} = 0.75 \qquad \frac{1}{60} = 0.01666....$$

$$0.32 = \frac{0.32}{1} = \frac{0.32 \times 100}{100} = \frac{32}{100} = \frac{32 \div 4}{100 \div 4} = \frac{8}{25}$$

$$0.125 = \frac{0.125}{1} = \frac{0.125 \times 1000}{1 \times 1000} = \frac{125}{1000} = \frac{125 \div 25}{1000 \div 25} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$$

分数の加減算

- 分母が異なる場合は**通分**して、分母を同じにする
- 分子・分母に約数がある場合は約分する

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{3-1}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} - \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{3}{a} - \frac{2}{b} = \frac{3 \times b}{a \times b} - \frac{2 \times a}{a \times b} = \frac{3b}{ab} - \frac{2a}{ab} = \frac{3b-2a}{ab}$$

分数の乗算

- 分子どうし、分母どうしを掛ける

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{1 \times c} = \frac{ab}{c}$$

$$\frac{b}{a} \times \frac{d}{c} = \frac{b \times d}{a \times c} = \frac{bd}{ac}$$

分数の除算

- 割る数の逆数(分母分子を入れ替えた数)を掛ける

$$a \div \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{c}{b} = \frac{a \times c}{1 \times b} = \frac{ac}{b}$$

$$\frac{b}{a} \div \frac{d}{c} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{b \times c}{a \times d} = \frac{bc}{ad}$$

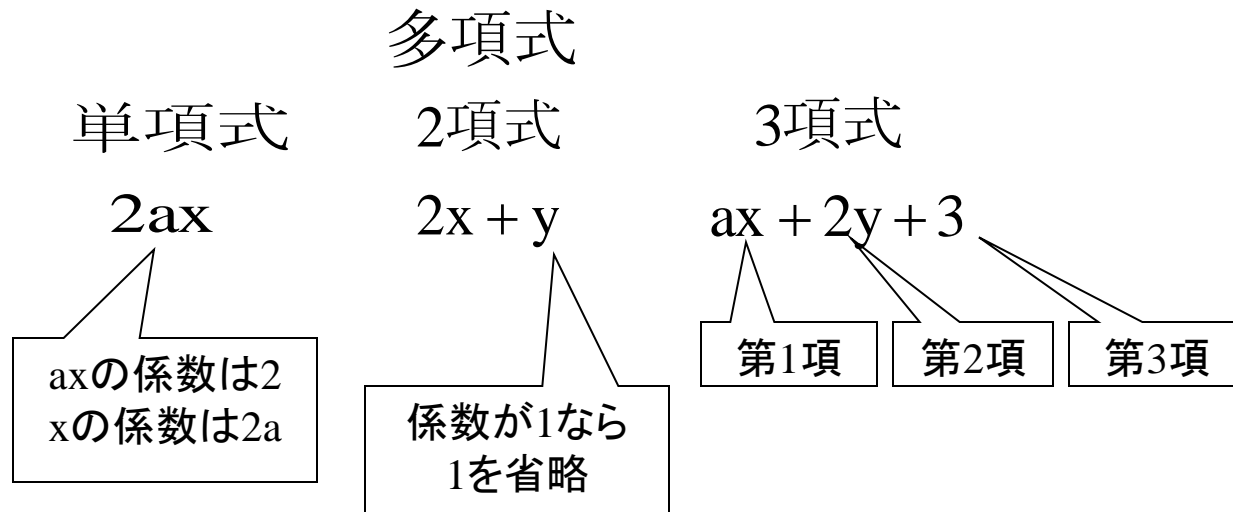
繁分数の計算

- 分母、分子をそれぞれ通分したのち、分子の分数式に分母の分数式の逆数を掛ける

$$\frac{\frac{b}{a}}{\frac{d}{c}} = \frac{b}{a} \times \frac{c}{d} = \frac{bc}{ad}$$

$$\frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{3}}{2 + \frac{2}{5}} = \frac{\frac{1 \times 3 + 2 \times 4}{4 \times 3}}{\frac{2 \times 5 + 2}{5}} = \frac{\frac{11}{12}}{\frac{12}{5}} = \frac{11}{12} \times \frac{5}{12} = \frac{55}{144}$$

整式



式の整理

- **同類項**をまとめる

$$5x - 3x + 2y + 3y = (5 - 3)x + (2 + 3)y = 2x + 5y$$

$$ax + by - 3c^2x - dy = (a - 3c^2)x + (b - d)y$$

- **次数の順**に整理する

$$3x + 2x^2 - 3 - 4x^3 = -4x^3 + 2x^2 + 3x - 3$$

$$ax^2 - abx + c^2 + a^2 = ax^2 - abx + a^2 + c^2 \text{ (xに着目して整理)}$$

$$= a^2 + (x^2 - bx)a + c^2 \text{ (aに着目して整理)}$$

計算の順序

- 数や文字の加減乗除の計算の順序は次のような優先順位が決められている。
 1. ()の中を先に計算
 2. 乗算・除算は加算・減算より先に計算
 3. 乗算・除算が連続しているときは、左から順に計算

式の整理に用いる法則

交換法則

$$A + B = B + A$$

$$AB = BA$$

結合法則

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

$$(AB)C = A(BC)$$

分配法則

$$A(B + C) = AB + AC$$

展開公式と因数分解

- 整式の積を展開する場合、以下の公式を覚えていると楽である。(手間はかかるが、覚えていなくても順次展開すればよい。また、因数分解＜右辺から左辺への変換＞を行うには、公式を覚えている必要がある。)

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

±や±で表されている記号は、+と-のいずれかに対応する。複合同順と言って、上の記号どうし、下の記号どうしに対応する。

無理数

- 循環しない無限小数で分数の形で表せないもの

$$\sqrt{2} = 1.41421356 \dots$$

$$\pi = 3.14159265 \dots$$

$$\log_{10} 2 = 0.3010299 \dots$$

$$\sin 2^\circ = 0.034899496 \dots$$

平方根

- ある数 x を二乗すると a になる数を「 a の平方根」という

$$x^2 = a$$

$$x = \sqrt{a}, x = -\sqrt{a}$$

の2つの場合がある。まとめて $x = \pm\sqrt{a}$

\sqrt{a} : 「ルート a 」と読む

$$(-\sqrt{a})(-\sqrt{a}) = (-1)^2(\sqrt{a})^2 = a \iff (-1)(-1) = 1$$

平方根の基本的な計算

- $a>0, b>0$ のとき

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$\sqrt{a^2 b} = \sqrt{a^2} \sqrt{b} = a\sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}} = \frac{\sqrt{a}}{b}$$

分母の有理化

- 分数の値を変えないで、分母の無理数や無理式を有理数や有理式に変える

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}} \leftarrow \text{分母と同じ無理数を分母、分子ともに掛ける} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{6}}{3} \end{aligned}$$

分母の有理化（よく使う形）

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{ を利用}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})} \quad \leftarrow \text{分母、分子ともに掛ける}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} \quad \leftarrow (a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{ を利用}$$

$$= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})} \quad \leftarrow \text{分母、分子ともに掛ける}$$

$$= \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{(\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2} = \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$$

指数法則

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^m = a^m b^m$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

指数が分数の例

$$a^{\frac{1}{m}} = \sqrt[m]{a} \Leftarrow a \text{ の } m \text{ 乗根 } (x^m = a \text{ となる } x)$$

$$a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \leftarrow 2 \text{ 乗根の場合は } 2 \text{ を書かない}$$

$$\left(\sqrt[m]{a}\right)^n = \left(a^{\frac{1}{m}}\right)^n = a^{\frac{1}{m} \times n} = a^{\frac{n}{m}}$$

指数の計算ルール

-(マイナス) の指数は分数(逆数)

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4}$$

分数の指数は n乗根

$$10^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} \quad 10^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{10}$$

乗数は指数の和

$$10^6 \times 10^3 = 10^{6+3} = 10^9$$

除数は指数の差

$$10^6 \div 10^3 = 10^{6-3} = 10^3$$

分数の分子分母の移動は符号を反転

$$\frac{10^3}{10^6} = 10^3 \times 10^{-6} = 10^{3-6} = 10^{-3}$$

指数の指数は指数の掛け算

$$(10^3)^2 = 10^{3 \times 2} = 10^6$$

方程式

$3x - 4 = 5 \Leftarrow x$ がある**特定の数のとき(ここでは3)のみ成立する等式**

等式の基本的性質と移項

- 両辺に同じ数を加えても、引いてもよい
- 両辺に0でない同じ数を、掛けても割ってもよい

移項: 等式の一辺にある項を他辺に移す。このとき、符号を逆にする。

$$ax - b = cx - d$$

\Downarrow 両辺から cx を引いて

$$ax - cx - b = -d \Leftarrow cx \text{を移項した}$$

\Downarrow 両辺に b を加えて

$$ax - cx = -d + b \Leftarrow -b \text{を移項した}$$

\Downarrow

$$(a - c)x = b - d$$

\Downarrow

$$\text{両辺を}(a - c) \neq 0 \text{で割る} \Rightarrow x = \frac{b - d}{a - c}$$

一元一次方程式

$$\frac{2x-3}{2} + \frac{5-2x}{3} = 0 \quad \downarrow \text{分数があれば通分して}$$

$$\frac{3(2x-3)}{2 \times 3} + \frac{2(5-2x)}{3 \times 2} = 0 \quad \downarrow \text{分母をなくす}$$

$$3(2x-3) + 2(5-2x) = 0 \quad \downarrow \text{括弧があればはずす}$$

$$6x - 9 + 10 - 4x = 0 \quad \downarrow \text{未知数のある項と定数項に移項して分ける}$$

$$6x - 4x = 9 - 10 \quad \downarrow \text{同数項をまとめる}$$

$$2x = -1 \quad \downarrow \text{未知数の係数で両辺を割る}$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

連立一次方程式の解き方（代入法）

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \cdots (1) \\ a_2x + b_2y = c_2 \cdots (2) \end{cases}$$

$$y = \frac{c_1 - a_1x}{b_1} \cdots (3) \leftarrow (1) \text{から} y \text{を求める}$$

$$a_2x + b_2 \frac{c_1 - a_1x}{b_1} = c_2 \quad (2) \text{に代入して未知数} x \text{だけの式にする}$$

$$\frac{a_2b_1 - a_1b_2}{b_1} x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{b_1} \rightarrow x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

$$y = \frac{c_1 - a_1 \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_2b_1 - a_1b_2}}{b_1} = \frac{a_2c_1 - a_1c_2}{a_2b_1 - a_1b_2} \leftarrow (3) \text{に代入して} y \text{を求める}$$

演習問題：次の連立方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \cdots (1) \\ 6x + 5y = 10 \cdots (2) \end{cases}$$

式(1)より $y = 4 - 2x \cdots (3)$

式(3)を式(2)に代入すると

$$6x + 5(4 - 2x) = 10$$

$$6x - 10x + 20 = 10$$

$$-4x = -10 \quad \therefore x = 2.5$$

この値を式(3)に代入して $y = 4 - 2 \times 2.5 = -1$

連立一次方程式の解き方（加減法）

$$\left. \begin{array}{l} a_1x + b_1y = c_1 \cdots (1) \\ a_2x + b_2y = c_2 \cdots (2) \end{array} \right\} \downarrow \text{消したい未知数の係数を合わせる}$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1b_2x + b_1b_2y = c_1b_2 \\ a_2b_1x + b_2b_1y = c_2b_1 \end{array} \right\} \downarrow \text{引き算をして、一つの未知数をなくす}$$

$$(a_1b_2 - a_2b_1)x = c_1b_2 - c_2b_1 \quad \downarrow \text{方程式を解く}$$

$$x = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

演習問題：次の連立方程式を解きなさい

$$\begin{cases} 2x + y = 4 \cdots (1) \\ 6x + 5y = 10 \cdots (2) \end{cases}$$

式(1)の両辺を3倍すると $6x + 3y = 12 \cdots (3)$

式(2)から式(3)を引くと $2y = -2 \therefore y = -1$

式(1)の両辺を5倍すると $10x + 5y = 20 \cdots (4)$

式(2)から式(4)を引くと $-4x = -10 \therefore x = 2.5$